DI Paul Talvio

Atomikellojen kertomaa

Sisällys:

Johdanto
1. Lorentz-kovarianssi
2. Samanaikaisuus
   2.1 Atomikellohavainnot ja samanaikaisuus
   2.2 Samanaikaisuuden historiaa
3. Vähän lisää historiaa
4. Earth-Centered Inertial frame eli ECI-kehys
5. Satelliittipaikannusjärjestelmä (GPS)
6. ECI-kuplamme avaruudessa
   6.1 ECI-kehys Aurinkokunnassa
   6.2 Tähtien valon aberraatio
   6.3 Vuodenaika-Dopple
   6.4 Taustasäteilyn Doppler-ilmiö
7. Loppupäätelmiä

Johdanto

Einstein sanoo kirjoituksessaan *Teoreettisen fysiikan perusteet* (Science 24.5.1940, viite Lehti[21] s. 180): '*Suppeamman suhteellisuusteorian sisällön voi siis tiivistää yhteen lauseeseen: Kaikkien luonnonlakien täytyy toteuttaa ehto, että ne ovat Lorentz-transformaatiossa kovariantteja. Tästä seuraa, että kahden kaukaisen tapahtuman samanaikaisuus ei ole invariantti käsite, ja että jäykän kappaleen dimensiot ja kellojen käynti riippuvat niiden liiketilasta*'.

Toisaalta suppea suhteellisuusteoria määritellään myös ns. postulaateilla: a)V*alon nopeus on vakio kaikissa inertiaalikoordinaatistoissa (eli kaikille suoraviivaisesti tasaisella nopeudella liikkuville havaitsijoille)* b) *Se on samalla suurin saavutettavissa oleva nopeus* c) *Kaikki luonnonlait toimivat samalla tavalla kaikissa inertiaalikoordinaatistoissa* d) *Mikään koordinaatisto ei ole erikoisasemassa (suhteellisuusperiaate).* Yleensä ajatellaan, että nämä postulaatit ovat primaarisia ja että niiden matemaattinen kuvaaminen vaatii Lorentz-muunnoksen omaksumisen, mutta Einsteinin yllä olevan lausunnon mukaan Lorentz-muunnos onkin siis kaiken takana oleva luonnonlaki.

Mutta '*Koskeeko suhteellisuusperiaate lakeja vai ilmiöitä?'*, kysyy Raimo Lehti kirjassaan viite [21] s. 480. Aihetta käsitellään valaisevasti em. kirjan kommentissa 5 *'Suhteellisuusperiaate, kovarianssiperiaate ja ekvivalenssiperiaate'*. Lehti lainaa mm. Vladimir Fock'in lausumaa (viite [21] s. 481): *'…on olennaista erottaa selvästi fysikaalinen prinsiippi, joka postuloi toisiaan vastaavien* ***ilmiöiden*** *olemassaolon eri* *referenssijärjestelmissä, ja yksinkertainen vaatimus, että* ***yhtälöiden*** *tulee olla kovariantteja siirryttäessä yhdestä referenssijärjestelmästä toiseen'*. Samainen Fock toteaa myös ([21] s. 498), että Einstein sekoitti *'fysikaalisen kovarianssin ja muodollisen kovarianssin'*.

Ilmiöiden ja yhtälöiden välistä suhdetta ei voitu tutkia oikeasti olemassa olevilla kelloilla ennen 1970-lukua, ennen atomikellojen aikaa. Kaikki kellot laajassa suhteellisuusteorian kirjallisuudessa sitä ennen ja suurimmaksi osaksi vieläkin ovat mielikuvituskelloja, ajatuskokeita. Niissä sama kello saattoi samanaikaisesti näyttää eri lukemia eri havaitsijoille. Nyt voimme toteuttaa noita ajatuskokeita oikeilla kelloilla eikä niiden numerotauluissa voi olla kuin yksi lukema kerrallaan. Meillä on myös valtavasti oikeilla kelloilla mitattua tietoa radiosignaalien kulkuajoista Aurinkokunnan sisällä. Tiedämme mikä on valon nopeuden fysikaalinen todellisuus. Vastaako se yhtälöiden todellisuutta? Sitä tarkastelemme tässä kirjoituksessa.

1. Lorentz-kovarianssi

Olkoon meillä kaksi toisensa suhteen x-akselin suuntaan nopeudella v liikkuvaa koordinaatistoa K ja K' (kuva 1). Tapahtumia kuvataan K-koordinaatistossa käyttämällä kolmea paikkakoordinaattia ja yhtä aikakoordinaattia x, y, z ja t. Samaa tapahtumaa kuvataan K'-koordinaatistossa koordinaateilla x', y', z' ja t'. Täyttääksemme vaatimuksen, että tapahtuman matemaattisen kuvauksen pitää olla kummassakin koordinaatistossa sama, meidän on muunnettava pilkuttomat koordinaatit pilkullisiksi sopivalla tavalla. Kun lisäehdoksi vielä otetaan se, että valon nopeudelle on kummassakin koordinaatistossa saatava sama arvo c, niin muunnosyhtälöt saavat seuraavan muodon (Lorentz-transformaatio):

$$x' = (x - vt)/\sqrt{(1- v^2/c^2)} = \gamma(x - vt) \quad (1.1)$$

$$y' = y \quad (1.2)$$

$$z' = z \quad (1.3)$$

$$t' = (t - xv/c^2)/\sqrt{(1- v^2/c^2)} = \gamma(t - xv/c^2) = \gamma t - \gamma xv/c^2 \quad (1.4)$$

Olemme merkinneet $\gamma = 1/\sqrt{(1- v^2/c^2)}$

Klassisen fysiikan nopeuksien yhteenlaskusääntö eli Galilein transformaatio antaa muunnoksiksi:

$$x' = x - vt \quad (1.5)$$

$$y' = y \quad (1.6)$$

$$z' = z \quad (1.7)$$

$$t' = t \quad (1.8)$$

Se, että valon nopeus samalla on suurin mahdollinen nopeus, johtaa suhteellisuusteoriassa seuraavaan nopeuksien yhdistämiskaavaan:

$$W = (v + w)/(1 + vw/c^2) \qquad (1.10)$$

Tässä v on K'-koordinaatiston nopeus K-koordinaatiston x-akselin suhteen ja w on kappaleen nopeus K'-koordinaatistossa x' akselin suhteen. W on silloin kappaleen nopeus K-koordinaatistossa x-akselin suhteen.

Vastaava Galilein transformaatio on tietenkin yksinkertaisesti nopeuksien (vektori)summa:

$$W = v + w \qquad (1.11)$$

Kun nyt vertaamme yhtälöitä (1.1) ja (1.5), niin huomaamme, että K':ssa mitattuna K' on siirtynyt pidemmän matkan kuin mitä sama matka on K:ssa mitattuna (x' > x). Jakajaa $\sqrt{(1- v^2/c^2)}$ kutsutaan pituuskontraktioksi. Lorentz-muunnoksen mukaan siis levossa oleva mittaaja saa liikkuvalle sauvalle lyhemmän pituuden kuin sauvan mukana kulkeva mittaaja.

Kun vertaamme yhtälöitä (1.4) ja (1.8), niin huomaamme yhtälön (1.4) ensimmäisestä termistä $[t/\sqrt{(1- v^2/c^2)}]$, että t' > t eli *sama tapahtuma* vie K':ssa enemmän aikaa kuin K:ssa. Jos esim. käytämme kelloja, joissa N_s on yhtä sekuntia vastaava tikitysten lukumäärä, niin K':ssa tarvitaan $1/\sqrt{(1- v^2/c^2)}$ kertaa enemmän aikaa N_s:n aikaansaamiseksi. Kellojen tikitystaajuuksien välillä vallitsee siis yhtälö:

$$f' = f\sqrt{(1- v^2/c^2)} = f/\gamma \qquad (1.12)$$

Tätä kutsutaan aikadilaatioksi. Kun puhumme kellolla mitatun keston pituudesta, niin me puhumme kelloon liitetyn kumulatiivisen laskijan keräämästä jaksojen lukumäärästä. Tapahtuma luonnossa on yksi ja sama ja tapahtuu vain yhdellä tavalla. Jos kaksi kelloa saavat tapahtuman kestolle eri ajan, niin se merkitsee, että kellot ovat ehtineet tikittää eri lukumäärän jaksoja. Tämä taas merkitsee sitä, että kellojen tikitystaajuus on erilainen. Itse ajalle sen ei tarvitse merkitä yhtään mitään, vaan ilmiö voi olla myös puhtaasti fysikaalinen. Kun merkitsemme kellojen antamaa kestoa ΔT ja $\Delta T'$, niin niiden välillä vallitsee sama yhteys kuin taajuuksilla yhtälössä (1.12):

$$\Delta T' = \Delta T\sqrt{(1- v^2/c^2)} = \Delta T/\gamma \qquad (1.13)$$

K':n kello siis tikittää kertoimella $\sqrt{(1- v^2/c^2)}$ hitaammin kuin K:n kello. Tämä selvennys on tarpeen, jotta emme sekoittaisi keloilla otettuja aikoja yhtälöön (1.4), jossa suure γ on pilkuttoman t:n kertoimena. Suureet t ja t' yhtälössä (1.4) edustavat tapahtuman tosiasiallista kestoa, kun tapahtuma tapahtuu vaihtoehtoisesti K:ssa tai K':ssa.

Yhtälön (1.4) jälkimmäinen termi $\gamma(xv/c^2)$ taas osoittaa, että aika K':ssa riippuu paikasta x. Sitä kutsutaan samanaikaisuuden suhteellisuudeksi. Koska K':n mukana kulkeva havaitsija ei huomaa kellonsa hidastumista, niin hänelle aika on:

$$t_{K'} = t' - x'v/c^2 \qquad (1.14)$$

Ajan paikkariippuvuus on siis havaittava ilmiö myös liikkuvassa koordinaatistossa. Kellojen näyttämäero ei kuitenkaan suoraan katselemalla ole havaittavissa, sillä ollakseen merkittävä, etäisyyden x' pitää olla kovin suuri, eikä havaitsija voi nähdä kelloja yhtaikaa.

Lorentz-muunnoksen antamalle ajan paikkariippuvuudelle on selvä fysikaalinen yhteys suhteellisuusteorian synkronointimenetelmään. Suhteellisuusteorian mukaan kellot synkronoidaan edestakaisella valonsäteellä seuraavasti: Olkoon koordinaatistossa K kuvassa 1 kaksi kelloa A ja B matkan x päässä toisistaan x-akselia pitkin. A lähettää valopulssin B:lle, joka heijastaa sen takaisin. A:n kello antaa edestakaiseksi kulkuajaksi ΔT. Tämän jälkeen A lähettää B:lle oman lukemansa $T_0 + ½\,\Delta T$. Signaalin saapuessa tämä lukema asettuu kello B:n lukemaksi. Jos valon nopeus on sama meno- ja paluusuuntaan, niin A ja B näyttävät nyt koko ajan samaa lukemaa edellyttäen että kellojen tikitysnopeudet pidetään samoina. Näin tapahtuukin koordinaatistossa K kuvassa 1.

Oletamme nyt, että toinen koordinaatisto K_G liikkuu nopeudella v K-koordinaatiston x-akselin suuntaan (kuva 1). Oletamme koordinaatistojen välille Galilein muunnoksen eli nopeuksien yksinkertaisen aritmeettisen summauksen. Silloin valon fysikaalinen nopeus on menosuuntaan $c - v$ ja paluusuuntaan $c + v$. Valon edestakainen kulkuaika on:

$$\Delta T = x/(c - v) + x/(c + v) = 2x/[c(1 - v^2/c^2)] \qquad (1.15)$$

A siis lähettää puolet tästä ajasta B:lle. Niinpä B:lle asettuu aika $T_0 + x/[c(1 - v^2/c^2)]$ ja sen kulkuaika B:lle on $x/(c - v)$. Lopputulos siis on, että signaalin saapuessa B:lle, A:n lukema on $T_0 + x/(c - v)$ ja B:lle asetettu lukema on $T_0 + x/[c(1 - v^2/c^2)]$. Erotus B:n ja A:n näyttämien välillä on siis:

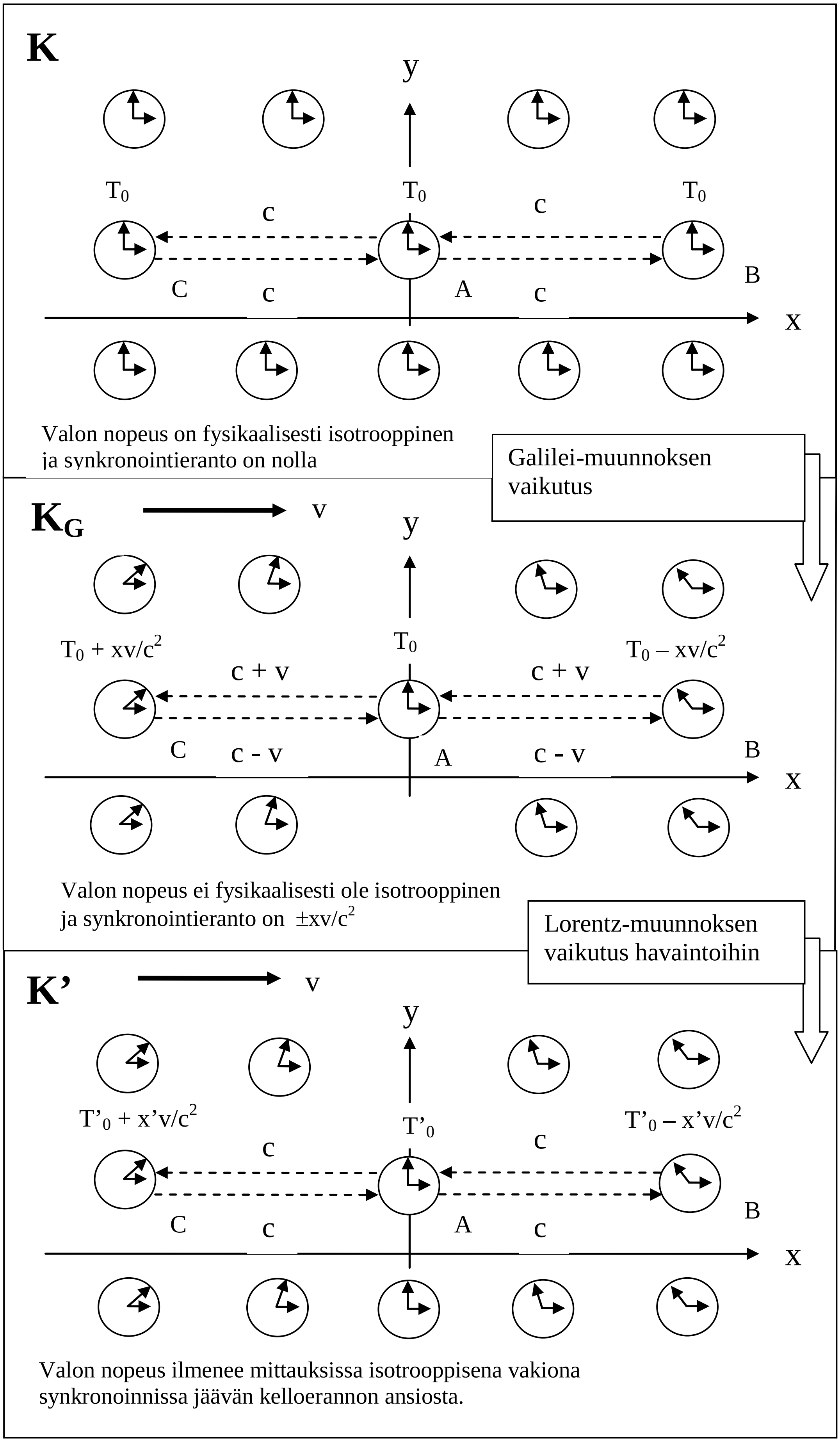
$$\Delta T = x/[c(1 - v^2/c^2)] - x/(c - v) = xv/(c^2 - v^2) \cong xv/c^2 \qquad (1.16)$$

Sekä K-koordinaatistossa että K_G-koordinaatistossa oleva havaitsija näkevät nämä tapahtumat samalla tavalla. Kummallekin x = x, y = y ja t = t. Suhteellisuusteoria kuitenkin väittää, että K_G-koordinaatiston havainnot ovat vääriä sillä perusteella, että valon nopeus ei havaitsijan suhteen voi olla muu kuin c. Niinpä todellisiin havaintoihin päästään, kun K_G-koordinaatiston suureet v ja t muunnetaan Lorentz-kaavoilla eli $x = x'\sqrt{1- v^2/c^2}$ ja $\Delta T = \Delta T'/\sqrt{1- v^2/c^2}$. Sijoittamalla nämä yhtälöön (1.16) saadaan:

$$\Delta T' = x'/c - x'(1 - v^2/c^2)/(c - v) = x'/c - x'(c + v)/c^2$$
$$= x'/c - x'/c - x'v/c^2 = -x'v/c^2 \qquad (1.17)$$

Synkronointitulos on silloin juuri Lorentz-muunnoksen mukainen eli sama kuin (1.14). *Synkronointi ja Lorentz-muunnos ovat siis vain kaksi eri tapaa ilmaista sama asia eli ajan paikkariippuvuus jossakin koordinaatistossa.*

Aikadilaatio ja pituuskontraktio eivät juuri vaikuta synkronointierantoon. Ellemme ota niitä huomioon, niin synkronointieranto on yhtälön (1.16) mukainen: Ero riippuu toisen kertaluokan muuttujasta v^2/c^2. Ero on käytännön etäisyyksillä ja saavutettavilla nopeuksilla niin pieni, että se ehkä näkyy vasta kuudennessa desimaalissa. Tämä ilmentää sitä, että aikadilaatio ja pituuskontraktio vaikuttavat hyvin vähän valon



Kuva 1. Koordinaatistojen väliset suhteet

yksisuuntaiseen nopeuteen. Valon yksisuuntainen nopeus voidaan mitata vain kahdella kellolla ja silloin synkronointieranto (=kelloeranto) tuottaa aina mittaustulokseksi vakion c. Tilanne näkyy kuvan 1 koordinaatistossa K'.

Tarkastelemme nyt lähemmin valon yksisuuntaisen nopeuden mittaustapahtumaa Lorentz-muunnetussa koordinaatistossa K'. Valon yksisuuntainen nopeus mitataan kahdella edellä mainitulla tavalla synkronoidulla kellolla A ja B. Lähetetään radioteitse keskellä olevan kellon A lukema T'_{A0} oikealla olevalle kellolle B. Kellon B lukema on viestin lähtöhetkellä $T'_{B0} = T'_{A0} - x'v/c^2$. Valon fysikaalinen kulkuaika on se, joka näkyy K_G koordinaatistossa eli $\Delta T = x/(c - v)$. Mutta K' koordinaatistossa $\Delta T = \Delta T'/\sqrt{(1 - v^2/c^2)}$ ja $x = x'\sqrt{(1 - v^2/c^2)}$. Sijoittamalla nämä ΔT:n lausekkeeseen saamme:

$$\Delta T'/\sqrt{(1 - v^2/c^2)} = x'\sqrt{(1 - v^2/c^2)}/(c - v) \qquad (1.18)$$

$$\Delta T' = x'(1 - v^2/c^2)/(c - v) = x'(c + v)/c^2 = x'/c + x'v/c^2 \qquad (1.19)$$

Kun tämä aika lisätään näyttämään T'_{B0}, niin saadaan näyttämä T'_{B1}, joka on kellossa B, silloin kun A:n lähettämä viesti tulee perille:

$$T'_{B1} = T'_{B0} + \Delta T' = T'_{A0} - x'v/c^2 + x'/c + x'v/c^2 = T'_{A0} + x'/c \qquad (1.20)$$

Kun nyt vähennämme kellon B saapumishetken näyttämästä A:n lähtöhetken näyttämän, niin saamme tulokseksi:

$$\Delta T'_{(A\text{-}B)} = T'_{B1} - T'_{A0} = x'/c \qquad (1.21)$$

Tulos siis näyttää, että valonnopeus A:sta B:hen on vakio c. Näemme kuitenkin, että se ei ole todellinen fysikaalinen nopeus. Tulos oli mahdollinen vain, koska kellossa B oli synkronoinnin jättämä eranto.

Aikadilaation ja pituuskontraktion avulla luodaan illuusio valonnopeuden *edestakaisen kulkuajan invarianssista*. Synkronointimenetelmällä taas luodaan illuusio *yksisuuntaisen valonnopeuden invarianssista.* (Kirjoittajan mielestä tilanne vastaa sitä, että sauvan pituuden riippumattomuutta lämpötilasta todistetaan mittaamalla se aina samasta aineesta tehdyllä yhtä lämpöisellä mittanauhalla.)

Suhteellisuusteoria *määrää*, että sen kuvaamalla tavalla synkronoitujen kellojen *näyttämät* hyväksytään samanaikaisuudeksi. Kun vielä huomioimme, että suhteellisuusteoria määrittelee ajan jossakin avaruuden pisteessä siksi, mitä tuon pisteen kohdalla oleva kello näyttää, niin päädytäänkin sekä suppean että yleisen suhteellisuusteorian ydinväittämään: *Itsenäistä aikaa ei ole, on vain paikkasidonnainen aika, avaruus-aika.* Näin aletaan puhua ajan paikkasidonnaisuudesta ikään kuin luonnon ominaisuutena unohtamalla, että kysymyksessä on vain ihmisten sopima tapa käyttää kelloja (operationaalinen käsite).

Ajan paikkariippuvuus xv/c^2 on merkki siitä, että valon nopeus *ei* kyseisessä koordinaatistossa ole isotrooppinen ($v \neq 0$). Kuka tahansa havaitsija voi laskea nopeutensa valon suhteen suorittamalla synkronoinnin ja toteamalla sen jälkeen kelloerannon. Näin ei ennen 70-lukua voitu tehdä, mutta nyt atomikellojen ja satelliittitekniikan aikakaudella se voidaan tehdä. Siitä seuraakin mielenkiintoisia asioita.

2. Samanaikaisuus

2.1 Atomikellohavainnot ja samanaikaisuus

Tarkastelemme koetta. jossa identtiset atomikellot on sijoitettu San Franciscoon (SF) ja New Yorkiin (NY), viite [16]. Kellot synkronoidaan suhteellisuusteorian mukaisella tavalla. Koska radiosignaalin (valon) nopeuden uskotaan olevan vakio maankuoreen nähden, niin molempien kellojen näyttämien pitäisi nyt olla joka hetki samat.

Pohjoisnavalla oleva havaitsija (NP) tarkkailee edellä selostettua tapahtumaa. Hän on lepotilassa maakeskeisessä pyörimättömässä koordinaatistossa. Kutsumme tätä ECI-kehykseksi (Earth Centred Inertial frame). NP:n mielestä valon nopeus on hänen koordinaatistossaan vakio ja siksi se on SF:sta NY:iin c – v ja NY:sta SF:on c + v, kun v on maan kehänopeus radioaallon etenemissuunnassa. NP:n mielestä kelloihin siis jää synkronointieranto $L_{SN}v/c^2$, joka SF:n koordinaatistossa merkittäköön $L'_{SN}v/c^2$.

NY:n kello on siis jäljessä SF:n kellosta määrän $L'_{SN}v/c^2$. Sijoittamalla tähän lausekkeeseen kaupunkien välinen etäisyys L'_{SN} ja maan kehänopeuden reitin suuntainen komponentti saadaan tulokseksi 14 ns. Olemme siis tilanteessa, jossa SF:ssa oleva havaitsija väittää oman kellonsa ja NY:ssa olevan kellon näyttävän joka hetki täsmälleen samaa lukemaa, kun taas NP:ssa oleva havaitsija väittää lukemien eroksi 14ns. No näin ei tietenkään reaalimaailmassa voi olla. NY:n kellossa voi olla vain yksi lukema kerrallaan. Kumpi se siis on?

Todistaakseen olevansa oikeassa SF:ssa oleva tarkkailija ottaa kellonsa ja ajaa NY:iin. Saavuttuaan perille hän toteaa, että kellojen lukemat ovat samat. Aivan oikein sanoo NP. Mutta kuljettaessasi kelloasi, vaikka kuinka hitaasti, oli Sinulla lisänopeus maan pyörimisnopeuteen nähden. Laskin kumulatiivisesti kuljetuksesi aikana kaikki pulssit SF:ssa, NY:ssa ja mukanasi olevista kelloista. Tulokseni mukaan kellosi akkumuloi jättämän, jonka suuruus on $L'_{SN}v/c^2$ (= 14ns) paikallaan oleviin kelloihin nähden eli juuri sen verran kuin NY:n kello oli alun perin jäljessä. (Tämä koe on todella tehty [5]. Samoin on kuljetettu kello Washingtonista Parsiin [4] ja Washingtonista Tokioon ylläkuvatuin tuloksin.)

Tarkkailija SF:ssa yrittää nyt uutta temppua. Hän lähettää lukemansa NY:lle, joka rekisteröi sen sekä oman näyttämänsä saapumishetkellä. Kellojen näyttämien erotus on tarkalleen L'_{SN}/c. Seuraavaksi NY lähettää lukemansa SF:lle, joka myös rekisteröi sen yhdessä oman näyttämänsä kanssa. Näyttämien erotus on taas tarkalleen L'_{SN}/c. Näetkö nyt, sanoo SF, minun kelloillani mitaten valon nopeus on sama molempiin suuntiin.

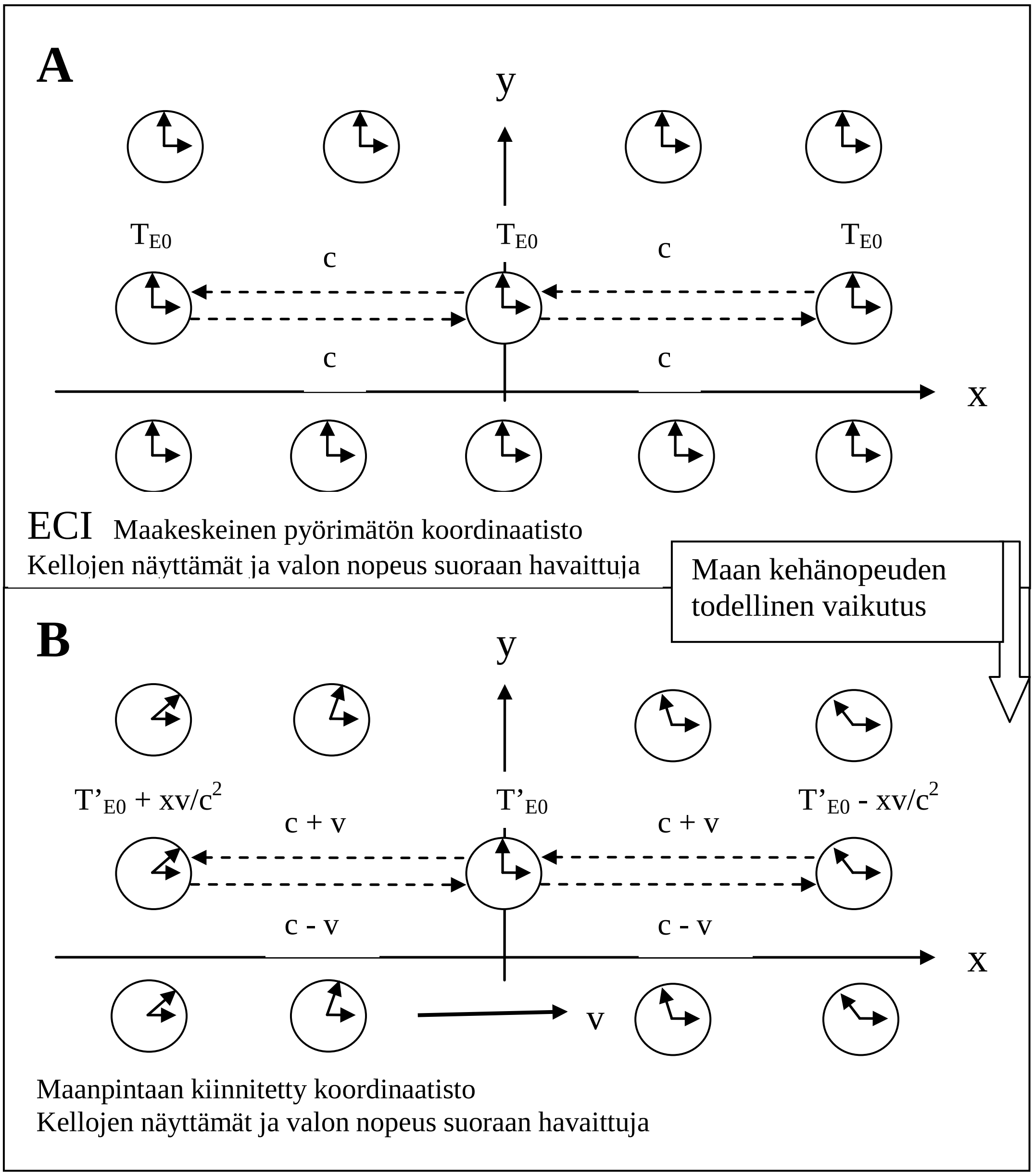
Tähän NP vastaa:

Tulos näyttää vakiovalonnopeutta vain siksi, että synkronointimenetelmäsi on jättänyt kelloihisi sopivan aikaeron. (Miten tämä tapahtuu, selvitettiin kappaleessa 1. Lorentz-kovarianssi.) Synkronointimenetelmä takaa sen, että on v mikä tahansa, niin kahdella kellolla mitattu valon yksisuuntainen nopeus on aina c. Sinun saamasi mittaustulokset eivät siis kerro mitään valon *fysikaalisesta* nopeudesta maankuoreen nähden.

Todellinen nopeus selviää, jos tiedämme mitkä ovat kellojen samanhetkiset todelliset lukemat. Sinulla ei ole mitään mahdollisuutta selvittää sitä havainnoilla oman koordinaatistosi piirissä. Mutta voit lähettää signaalin SF:sta NY:iin ja päinvastoin Pohjoisnavan kautta. (Siellä voi olla heijastamassa esim. satelliitti tai lentokone.) Navoilta on sama matka kaikkiin leveyspiirin pisteisiin, eikä Maan kiertoliike vaikuta mitään tähän matkaan. Signaalin kulkumatka kumpaankin suuntaan on taatusti sama meidän kummankin havaintokehyksessä. Lähettämällä kellonajat kumpaankin suuntaan kellojen samanaikaisten näyttämien ero paljastuu. Todellisuudessa GPS-satelliittien avulla voidaan nykyään lukea samanaikaiset näyttämät mistä kelloista tahansa Maan pinnalla tai sen lähiavaruudessa. Kun näin on tehty kuvaamassamme tapauksessa, niin kellojen lukemien erotus on todella ollut 14 ns.

Suoritetaanpa sellainen koe, jossa voimme käyttää samassa paikassa olevia kelloja. Silloin meidän ei tarvitse väitellä siitä mikä on samanaikaista ja mikä ei. Lähetetään yhtaikaa radiosignaali kiertämään Maapalloa myötä ja vastapäivään. Katsotaan tulevatko ne yhtaikaa takaisin. (Raportti todella suoritetusta kokeesta viitteessä [10]). Eivät tulleet. Nyt katsomme samassa paikassa olevia kelloja, joten olemme ilmeisesti samaa mieltä siitä mitä ne näyttävät. Ero näyttää olevan juuri se, jonka saamme, kun oletamme valon nopeuden poikkeavan kumpaankin suuntaan maan kehänopeuden verran.

Tehdäänpä sama koe vielä usealla kellolla. Lähetetään atomikello lentokoneessa kiertämään Maapalloa myötäpäivään (länteen) ja vastapäivään (itään). Jätetään samanlainen kello maahan lähtöpisteeseen. Asetamme tietysti kellot ennen lähtöä täsmälleen samaan aikaan. Palattuaan kumpikin kello on liikkunut samalla nopeudella maahan jätetyn kellon suhteen, joten Sinä ennustat, että palattuaan ne ovat molemmat jätättäneet yhtä paljon maakelloon nähden. Mikäli minun väitteeni pitää paikkaansa, niin itään mennyt kello on liikkunut nopeudella $v_L + v_M$ ja länteen mennyt kello nopeudella $v_L - v_M$ ja maahan jätetty kello nopeudella v_M. (v_M on Maan kehänopeus ja $v_L$on lentokoneen maanopeus.) Nopeimmin on siis liikkunut itään mennyt kello, toiseksi nopeimmin maakello ja hitaimmin länteen mennyt kello. (Länteen mennyt kellokin liikkuu itse asiassa itään pyrstö edellä.) Ennustan siis, että itään mennyt kello on jätättänyt ja länteen mennyt kello on edistänyt maakelloon nähden. Kun nyt kokeen jälkeen molemmat katsomme kelloja, niin huomaamme, että niin tosiaan on tapahtunut. (Tämä koe tehtiin 1971 ja tunnetaan Hafele-Keating kokeen nimellä [7]. Tulos: Itään mennyt kello jätätti 59 ns ± 10 ns ja länteen mennyt kello edisti 273 ns ± 7 ns.)



Kuva 2. Valon nopeus ja kellojen näyttämät eri koordinaatistoissa

Nyt meillä varmaan on tarpeeksi havaintoaineistoa tehdäksemme lopulliset johtopäätökset. Kuvassa 2 ylimpänä oleva koordinaatisto A on minun koordinaatistoni, pyörimätön Maakeskeinen koordinaatisto. Sitä kutsutaan yleisesti Earth Centered Inertial frame, ECI-kehys. Tulemme myöhemmin näkemään, että valo ECI-kehyksessä on fysikaalisesti isotrooppinen. Kun nyt olen synkronoinut kelloni, niin ne siis näyttävät todella joka hetki samaa lukemaa.

Alempana oleva koordinaatisto B on sinun koordinaatistosi. Liikut minuun nähden nopeudella v. Sama valo, joka minuun nähden on nopeudeltaan isotrooppinen, vaihtelee sinun suhteesi nyt suunnasta riippuen välillä c ± v. Kun nyt synkronoit kellosi aikaisemmin kuvaamallamme tavalla, niin niihin jää kelloeranto (clock bias) xv/c^2 joko plussana tai miinuksena suunnasta riippuen.

Mittaamasi valon nopeus c on vain näennäinen ja kellojesi näyttämät ovat vain päätelmiäsi, koska et voi niitä yhtaikaa nähdä. Todellisuudessa kellosi ovat edelleen koordinaatisto B:n esittämissä asennoissa ja valon nopeutesi on $c \pm v$. Olemme atomikelloilla osoittaneet, että Lorentz-muunnos ei muuta fysikaalista todellisuutta.

2.2 Samanaikaisuuden historiaa

Suhteellisuusteoriassa tapahtuman ”aika” on tapahtuman paikassa sijaitsevan kellon tapahtuman kanssa samanaikainen lukema. Einstein sanoo viitteesä [1] Ch 8: Suomennos viitteestä Lehti [21] s. 35:

’Sitten käsitetään tapahtuman ”ajalla” näiden kellojen joukossa sen osoittamaa aikaa (viisarinasentoa), joka sijaitsee (paikallisesti) välittömästi tapahtuman luona. Tällä tavalla annetaan jokaiselle tapahtumalle ajanhetki, joka on periaatteessa havaittavissa.’

Suhteellisuusteoriassa *samanaikaisuus on kellonnäyttämien samuutta*. Einsteinin aikana ei ollut mitään keinoa todentaa kaukana olevien kellojen näyttämien absoluuttista samanaikaisuutta, siis niin tarkkaa samanaikaisuutta, että valon kulkuaika olisi huomioitu. Ongelmaa käsitteli mm. H. Poincarè useissa julkaisuissaan ainakin vuodesta 1898 lähtien [6]. Hän toteaa kellojen synkronoinnista edestakaisella valonsäteellä silloin, kun valon kulkuaika ei ole sama molempiin suuntiin, seuraavaa: (Lainaus Poincarè:n julkaisusta vuodelta 1904 eli vuotta ennen Einsteinin kuuluisaa artikkelia. Suomennos viitteestä Lehti [21] s. 201:

‘Tällä tavoin yhteen sovitetut kellot eivät siis osoita <u>oikeaa aikaa</u>; ne osoittavat sellaista, mitä voimme kutsua <u>lokaaliksi ajaksi</u>, jolloin toinen niistä on jäljessä toisen suhteen. Tällä ei ole väliä, sillä meillä ei ole mitään tapaa [kellojen eron] *havaitsemiseksi. Kaikki A:ssa tapahtuvat ilmiöt ovat esimerkiksi myöhässä, mutta kaikki ovat yhtälailla* [myöhässä] *eikä niitä varmistava havaitsija huomaa tätä, sillä hänen kellonsa on jäljessä. Niin muodoin, kuten suhteellisuusprinsiipin mukaan tuleekin, hänellä ei ole mitään tapaa havaita, onko hän levossa vai absoluuttisessa liikkeessä.’*

Poincarè sanoo selvästi, että synkronoinnilla luodaan ”lokaalinen aika” ja että se ei ole sama kuin ”oikea aika”. Paikallinen aika on käytännön tapa käyttää kelloja samanaikaisuuden toteamiseen, koska havaitsijoilla ei parempaakaan keinoa ole. Myös Einstein toteaa, että hänen määritelmänsä samanaikaisuudesta ei edellytä tietoa valon nopeuden fysikaalisesta isotrooppisuudesta. Lainaus viitteestä [1], Ch 8, suomennos viitteestä Lehti [21] s. 34:

’Samanaikaisuuden määritelmälle on asetettava vain yksi vaatimus, että se tekee jokaisessa todellisessa tapauksessa empiirisen ratkaisun siitä, onko kyseessä määriteltävän käsitteen mukainen tapaus vai eikö ole. Antamani määritelmä täyttää kiistatta tämän ehdon. Että valo tarvitsee matkan $A \rightarrow M$ kulkemista varten ja matkan $B \rightarrow M$ kulkemista varten saman ajan, ei tosiasiassa ole mikään <u>valon fysikaalista</u> <u>luontoa</u>

koskeva ennakko-oletus tai hypoteesi, vaan päätös, jonka voin vapaasti harkiten tehdä, päästäkseni samanaikaisuuden määritelmään.'

Peruste, että olkoon näin, koska kellojen eroja ei pysty havaitsemaan, ei enää pidä paikkaansa, kuten olemme nähneet ja jatkossa tulemme näkemään vielä enemmän. (Einsteinin ”valon fysikaalista luontoa” koskeva käsitys on kuitenkin epäselvä. Jo yllämainitun kappaleen alaviitteessä Einstein puhuu valon nopeuden invarianssista ”fysikaalisena hypoteesina”.)

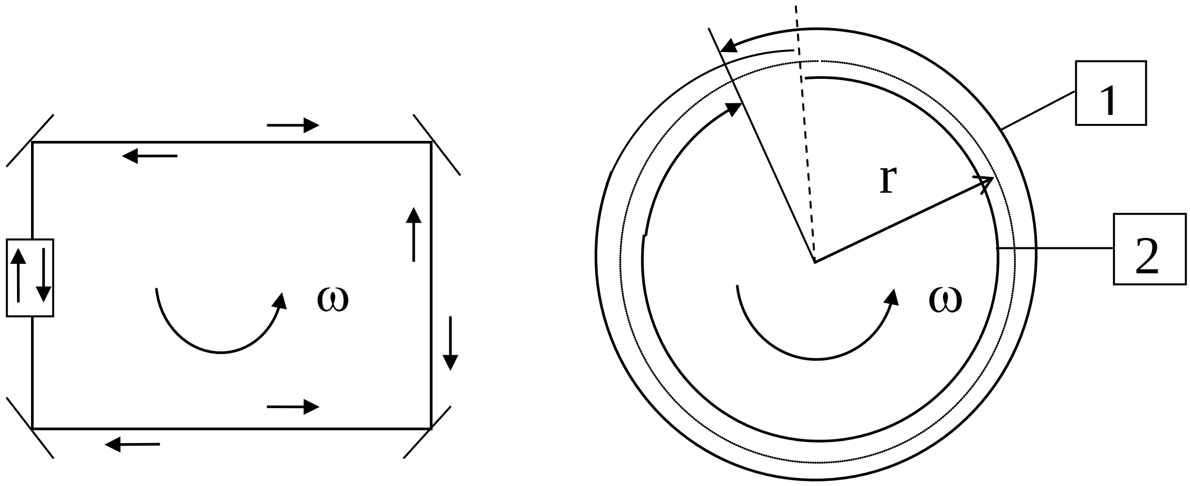
Einstein kopioi Poincarè:n idean artikkeliinsa 1905 (mainitsematta lähdettä). Hän pani kuitenkin viralta ”oikean ajan” ja väitti, että ainoa todellinen ja tarvittava aika on se miksi se määritellään (oikeastaan *määrätään*) eli ”paikallinen aika”. *Aika on sitä mitä kellot näyttävät*. Kellot ja aika ovat kausaaliyhteydessä toistensa kanssa. Kellot pisteissä A ja B eivät enää olleetkaan aparaatteja, joiden toimintaa säätelivät niiden rakenteet, vaan jollakin mystisellä tavalla ne näyttivätkin aikaa, joka luonnolla oli kiinnitettynä juuri noihin avaruuden pisteisiin. Kellojen Aika ei enää ollut vain muutoksen kuvailun väline, vaan itse muutoksissa vaikuttava fysikaalinen toimija. Aineeton aika vaikuttaa kausaalisesti aineellisiin kelloihin!? (Koneistosta ei tarvitse välittää, sanoo Feynman viitteessä [18] s. 86. Hyvä pohdinta kellon määrittelemättömyydestä suhteellisuusteoriassa on viitteessä Lehti [21] s.202)

Suhteellisuusteorian kirjoissa ja artikkeleissa puhutaan valonsäteellä synkronoinnista kuin jostakin todellisesta rutiinitoimenpiteestä. Todellisuudessa kellojen synkronointi tuli mahdolliseksi vasta atomikellojen myötä ja digitaalisen radioviestinnän kehityttyä joskus 1970-luvulla. Einsteinin ”empiirinen ratkaisu” jäi pelkäksi ”ajatuskokeeksi” hänen elinaikanaan. Mutta nyt meillä on laite, jonka erotuskyky on 10^{-15} sekuntia (ellei jo parempikin). Valokin kulkee siinä ajassa vain kolme kymmenestuhannesosa millimetriä. Tunnemme myös valon fysikaalisen nopeuden havaintokehyksissämme, joten voimme lukea kellojen näyttämiä absoluuttisen samanaikaisesti. Enää ei Einstein voisi ”vapaasti harkiten päättää samanaikaisuuden määritelmästä”. Miksi nykyfysiikka kuitenkin edelleen tyytyy tuohon määritelmään?!

3. Vähän lisää historiaa

Sagnac ja Michelson-Gale kokeet

1913 Sagnac teki kokeen, joka on esitetty kuvassa 3 vasemmalla. Siinä sekä valolähde että vastaanotin (interferometri) ovat pyörivällä alustalla. Valo heijastetaan suorakaiteen kulmissa olevilla peileillä kumpaankin suuntaan suorakaiteen ympäri. Maan liikkeen vaikutus kumoutuu kierroksen aikana, koska sen vaikutus on sama kummallekin suunnalle. Kuvassa 3 oikealla suorakaide on korvattu ympyrällä, koska sen matemaattinen käsittely on havainnollisempi.



Kuva 3. Sagnac-koe.

Kun lautanen pannaan pyörimään, niin valon nopeus lautaseen nähden lasketaan yksinkertaisella Galilein kaavalla. Valon nopeus kiekkoon nähden myötäpäivään on c - ωr ja vastapäivään c + ωr. Täyden kierroksen kulkuajat ja niiden erotus ovat:

$t_1 = 2\pi r/(c - \omega r)$ (3.1)

$t_2 = 2\pi r/(c + \omega r)$ (3.2)

$\Delta t = t_1 - t_2 = 4\pi r^2\omega/[c^2(1 - \omega^2 r^2/c^2)] \cong 4A\omega/c^2$ (3.3)

A on valonsäteitten sisäänsä sulkeman ympyrän pinta-ala. Aikaeroa ei tietenkään suoraan voitu mitata, vaan sitä vastaava vaihe-ero interferometrillä:

$\Psi = 2\pi\Delta t/T$ (3.4)

Jakson aika $T = \lambda/c$, joten vaihe-eroksi tulee:

$\Psi = 4A\omega/\lambda c \cdot 2\pi$ (3.5)

Kun samat laskelmat tehdään suorakaiteelle, niin tulos on sama. Nyt A on suorakaiteen pinta-ala. Koe antoi täsmälleen yhtälön (3.5) mukaisen tuloksen.

1925 Michelson A.A. ja Gale H.G. tekivät Sagnac kokeen suurella suorakaiteella, joka rakennettiin Chicagon vesijohtolaitoksen putkista maastoon. Sivujen pituudet olivat 612.6 m itä-länsi-suunnassa ja 339.2 m pohjois-etelä-suunnassa. Putket pumpattiin tyhjäksi ilmasta. Kehikkoa pyöritti nyt maa. Maan rataliikkeen vaikutus kumoutuu suljetussa kehässä. Laskemalla yhtälöllä (3.5) saatiin:

$\Psi/2\pi = 4A\omega/\lambda c = 0.236 \pm 0.002$ (3.6)

Tässä A on suorakaiteen projektio päiväntasaajan tasossa ja ω Maan kulmanopeus. Mitattu tulos oli 0.230± 0.005.

Michelson-Galen kokeen perusteella oli ilmeistä, että valon nopeus poikkesi maankuoreen nähden Maan kehänopeuden verran. Ei olisi tarvinnut odottaa 46 vuotta jotta atomikellot osoittaisivat saman asian. (A. A. Michelson on sama herra, joka oli toinen kuuluisan Michelson-Morley'n kokeen suorittajista. Hän teki useita hyvin tarkkoja optisia mittauksia ja palkittiin Nobelilla 1907. Mitään virhettä ei myöskään Michelson-Gale kokeessa kukaan voinut osoittaa. Kuitenkin ”relativistit”, Einstein itse etunenässä, vaikeni kokeen kuoliaaksi. Koe on jopa jätetty mainitsematta hakuteoksissa Michelsonin ansioluettelossa. 1925 media oli tehnyt Einsteinista jo yli-ihmisen ja suhteellisuusteoriasta oli tullut poliittinen ideologia.)

4. Earth-Centered Inertial frame eli ECI-kehys

Kvantitatiivinen ajan mittaus perustuu aina jonkunlaisia jaksoja toistavaan aparaattiin. Meidän pitää vain uskoa, että valitsemamme aparaatti toistaa samanpituisia jaksoja vakiotaajuudella.

Suhteellisuusteoria ennustaa, että kellojen tikitysnopeus hidastuu nopeuden kasvaessa seuraavan kaavan mukaan:

$$f_A = f_B \sqrt{(1 - v_{(A\text{-}B)})^2/c^2)} \qquad (4.1)$$

Atomikellot ovat osoittautuneet laitteiksi, jotka noudattavat tätä kaavaa. Kaavassa (4.1) $v_{(A\text{-}B)}$ on A:n nopeus B:hen nähden eli siis suhteellinen nopeus. A ja B voivat myös vaihtaa paikkaa, eli A voi katsoa B:n liikkuvan itseensä nähden ja niin ollen B:n kello käykin silloin hitaammin kuin A:n:

$$f_B = f_A \sqrt{(1 - v_{(B\text{-}A)}^2/c^2)} \qquad (4.2)$$

Suhteellisuusteoriassa tämänkin paradoksin selitys perustuu samanaikaisuuden suhteellisuuteen. Toisen selityksen mukaan jokainen inertiaalikoordinaatisto on oma itsenäinen havaintokehyksensä. Siksi kysymyksessä on kaksi toisistaan riippumatonta tapahtumaa, joten yhtälöt (4.1) ja (4.2) eivät ole yhtaikaa voimassa. Ne edustavat kahta eri todellisuutta, todellisuus on havaitsijasidonnainen. Koordinaatistojen samanarvoisuutta ei mikään havainto ainakaan vielä ole voinut vahvistaa.

Havaintomme atomikelloista eivät noudata havaintokehysten yhdenvertaisuusperiaatetta. Maakeskeinen pyörimätön koordinaatisto, ECI-kehys, *on erikoisasemassa*. Se on kaikkien nopeuksien lepokoordinaatisto. Toisin sanoen Pohjois- tai Etelänavalla olevan kellon taajuus f_{v0} on perustaajuus, johon nähden kaikkien liikkeessä olevien kellojen taajuus on alempi:

$$f_v = f_{v0} \sqrt{(1 - v_{ECI}^2/c^2)} \qquad (4.3)$$

f_v on liikkessä olevan kellon taajuus hetkellä, jolloin sen nopeus ECI-kehyksessä on v_{ECI}, olkoon liikeradan muoto eli nopeuden suunta mikä tahansa.

Maan pinnalla ja sen lähiavaruudessa luonnonlait antavatkin siis yhdelle koordinaatistolle erityisaseman. Kellojen käyntinopeuksien vertailussa emme voi koskaan käyttää niiden välistä suhteellista nopeutta, vaan kummankin kellon tikitysnopeus on ensin laskettava niiden liiketilasta ECI-kehyksessä ja sitten verrattava näin saatuja taajuuksia:

$$f_A = f_{v0}\sqrt{(1 - v_{A(ECI)}{}^2/c^2)} \qquad (4.4)$$

$$f_B = f_{v0}\sqrt{(1 - v_{B(ECI)}{}^2/c^2)} \qquad (4.5)$$

Yhtälöistä (4.4) ja (4.5) voimme ratkaista kellon A taajuuden suhteen kellon B taajuuteen:

$$f_A/f_B = \sqrt{(1 - v_{A(ECI)}{}^2/c^2)}/\sqrt{(1 - v_{B(ECI)}{}^2/c^2)} \qquad (4.6)$$

Tämä suhde vastaa havaintoja eikä sitä voi muuttaa kuvittelemalla yhtä tai toista havaitsijaa lepotilaksi. Kaikille Maan pinnalla ja Maan lähiavaruudessa oleville kelloille ECI-kehys on yhteinen lepokoordinaatisto [2, 3 ja 8].

Edellä on tarkasteltu nopeuksien vaikutusta kelloihin ottamatta huomioon gravitaatiota. Suhteellisuusteorian mukaan myös gravitaatio vaikuttaa kellon taajuuteen seuraavan kaavan mukaan:

$$f_g = f_{g0}\ \sqrt{(1 - 2GM/rc^2)} \cong f_{g0}\ (1 - GM/rc^2) \qquad (4.7)$$

Tässä f_{g0} on kellon taajuus, kun gravitaatiopotentiaali on 0 eli esim. silloin, kun kello on äärettömän kaukana massakeskittymästä. G on Newtonin gravitaatiovakio, M on massakeskittymän massa ja r on kellon etäisyys massakeskittymän keskipisteestä. Atomikellot noudattavat tätä kaavaa.

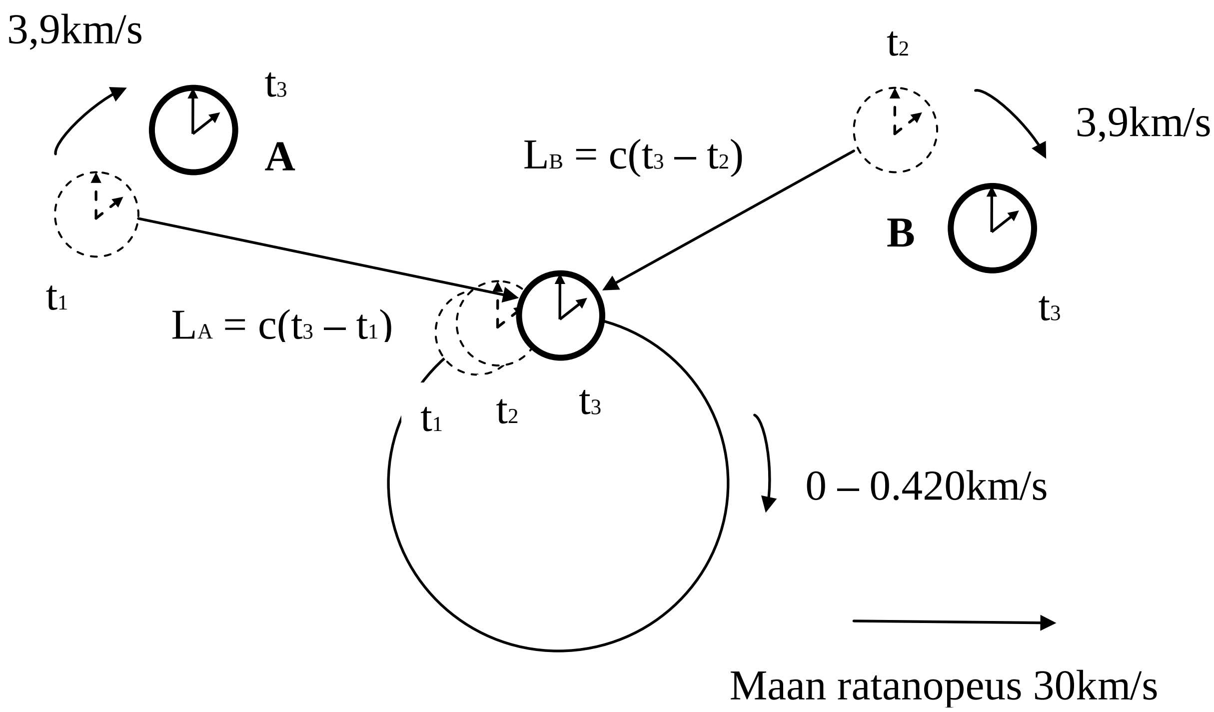
Mitään luonnon tarjoamaa ”peruskelloa” ei ole olemassa. Ihmiskunnan käyttämä peruskello on sopimuskysymys. Aikanaan kellot olivat huolellisesti rakennettuja heilurikelloja, kronometrejä. Niiden käyntinopeus riippuu gravitaatiosta päinvastaiseen suuntaan kuin atomikellojen. Gravitaation heiketessä ne hidastuvat ja esim. satelliitin painottomassa tilassa pysähtyisivät kokonaan. Kelloja liikuttavat niiden rakenteesta riippuvat fysikaaliset prosessit, ei aika. Kello ei tiedä mittaavansa aikaa. Se on kello vain, koska ihmiset ovat niin sopineet.

Nykyinen peruskello on cesium 133 atomikello. Aika, jonka tuo tikittäjä tarvitsee tehdäkseen 9.192.631.770 jaksoa, määrittelee yhden sekunnin. Nimenomaan siis noin monta jaksoa ja piste; ei siis noin monta jaksoa sekunnissa, sillä peruskellon taajuutta ei voi mitata. Viedään tuo kello mihin tahansa universumissa, niin aika, jonka tuo tikittäjä tarvitsee mainitun tikitysmäärän tekemiseen, on sekunti tuossa paikassa. Muiden kellojen samassa ajassa tekemiä tikitysmääriä voidaan verrata peruskellon tikitysmääriin ja esim. säätää niitä, mutta ei koskaan päinvastoin. Näin on ihmiskunta sopinut, mikään luonnonlaki se ei ole. Parhaitten atomikellojen stabilisuus on yhden suhde 10^{15} ja vielä tarkempaan ollaan menossa.

Nopeuden ja gravitaatiopotentiaalin vaikutus atomikellojen taajuuteen on ilmeisesti sekin seurausta atomien fysikaalisesta rakenteesta. Aika tuskin on se joka atomeja liikuttelee, vaan syyt löytyvät pikemminkin Machin periaatteen suunnasta. Sama ilmiö selittänee myös hiukkasten eliniän riippuvuuden nopeudesta hiukkaskiihdyttimissä.

5. Satelliittipaikannusjärjestelmä (GPS)

Satelliittipaikannusjärjestelmään, kuva 4, kuuluu 24 satelliittia (äskettäin 3 varasatelliittia lisätty), jotka kiertävät Maata noin neljän Maan säteen päässä Maan keskipisteestä (n. 20.000km:n korkeudessa Maan pinnasta). Neljän ryhmät muodostavat kuusi tasoa n. 55 asteen kulmassa päiväntasaajaan nähden. Näin on varmistettu, että jokaisesta Maan pinnan pisteestä näkyy aina riittävän monta satelliittia. Satelliittien nopeus on n. 3.9 km/s. Eri puolilla Maapalloa on viisi maa-asemaa huolehtimassa järjestelmän toiminnasta.



Kuva 4. GPS-järjestelmän periaate

Jokaisessa satelliitissa on atomikello. Maa-asemilla on samanlaiset kellot. Vaikka kellojen käyntinopeudet maassa ovat samat, niin ne eroavat sen jälkeen kun satelliitti on radallaan. Ero aiheutuu sekä erilaisesta gravitaatiopotentiaalista että erilaisista nopeuksista edellä kuvatuilla tavoilla [yhtälöt (4.3) ja (4.7)]. Taajuudet siis lasketaan erikseen kullekin kellolle sijoittaen r:n paikalle etäisyys Maan keskipisteestä ja v:ksi kellon nopeus ECI-kehyksessä. Tulokseksi saadaan, että heikomman gravitaatiopotentiaalin takia satelliitin kello edistää 45.900ns/vrk ja nopeuden takia jätättää 7.200ns/vrk Maan pinnalla oleviin kelloihin nähden. Yhteisvaikutuksena satelliitin kello siis edistää 38.700ns/vrk. Kun tämä ero otetaan huomioon siten, että yhtä sekuntia vastaavaa pulssimäärää satelliitin pulssilaskimessa vastaavasti muutetaan, niin saadaan satelliittiin kello, joka käy täsmälleen samalla tikitysnopeudella kuin maanpinnan kellot ns. geoidi-pinnalla. Geoidi on pinta, jolla Maan massan ja pyörimisliikkeen yhteisvaikutus kelloihin on vakio.

Kellot synkronoidaan radiosignaaleilla periaatteessa suhteellisuusteorian esittämällä tavalla. Kun synkronoinnissa huomioidaan se tosiasia, että radiosignaalin (valon) nopeus ECI-kehyksessä on suunnasta riippumaton vakio, niin kelloihin ei jää mitään erantoa. Näin kaikkiin kelloihin voidaan istuttaa lukema, joka on täsmälleen sama joka hetki. Kun tikitystaajuudetkin on saatettu samaksi edellä kerrotulla tavalla, niin absoluuttinen samanaikaisuus säilyy kelloissa niiden asemasta riippumatta. Kaikki järjestelmän kellot näyttävät samaa GPS-aikaa. Maa-asemien pääasema valvoo, ettei kelloihin synny kumulatiivisia eroja. Kellotaajuudet voidaan saada samoiksi miten tarkasti tahansa sillä pienikin ero kasvaa ajan mittaan havaittavaksi. Erot on helppo korjata lähettämällä korjauslukema.

Maa-asemat myös suuntivat kaiken aikaa satelliitteja kahdella radiotaajuudella ja laskevat jokaisen sijainnin joka hetki. Sijainnin tarkistus lähetetään satelliitille 1,5 sekunnin välein. Satelliitti on siten kykenevä lähettämään radiosignaalia, joka sisältää tiedon sen sijainnista ja kellon ajasta signaalin lähtöhetkellä.

Valon kulkuaika satelliitista kysyjälle on suuruusluokkaa 0.08s eli 80.000.000 ns. Valon nopeuden ECI-kehyksessä kaikissa suunnissa, kaikilla etäisyyksillä, ja kaikkina vuodenaikoina on todettu olevan suurella tarkkuudella vakio. Tämä tarkoittaa sitä, että *radiosignaalin lähtöpiste jää paikalleen* ECI-kehyksessä itse satelliitin jatkaessa matkaansa. Tehtävä on siis määritellä kysyjän paikka ECI-kehyksessä neljän kiinteän pisteen suhteen.

Vastaanotin rekisteröi kolmelta satelliitilta yhtaikaa saamansa viestit. Lähetysajan ja vastaanottoajan erotus kerrottuna valon nopeudella antaa vastaanottajan etäisyyden kustakin satelliitista. Kun viestit myös kertovat kunkin satelliitin tarkan paikan ECI-koordinaatistossa, niin vastaanottajan pieni tietokone voi laskea vastaanottajan paikan. Vastaanottimen kello (varsinkin halpojen) ei ole yhtä tarkka kuin satelliitin kello. Nyt kun vastaanotin tietää paikkansa jo suhteellisen tarkasti, niin se tietää etäisyytensä myös neljännestä satelliitista. Se ottaa sieltä vastaan paikka- ja lähetysaikatiedon ja laskee miten paljon sen oma kello poikkeaa satelliitin kellosta. Uudella korjatulla oman kellon lukemalla tehdään uusi tarkempi paikanmääritys.

Lähetystaajuudet ovat 9 – 10 GHz eli aallonpituus on 20cm:n luokkaa. Hetki, johon lähettimen antama kellonaika viittaa on merkittävä tätä tarkemmin aaltojonoon. Se tehdään erityisellä aaltojonoon koodatulla pulssijonolla, johon vastaanotin vertaa omaa pulssijonoaan (PRN-code = Pseudo Random Noise).

Kellojen ja muiden teknillisten välineiden tarkkuus riittää millimetrin luokkaa olevaan paikannustarkkuuteen. Rajoittajana kuitenkin on luonto. Ilmakehässä on 70 – 1300 km:n korkeudella sähkövarauksia sisältävä kerros ns. ionosfääri. Kerroksen paksuus ja varaustila vaihtelee avaruudesta tulevan säteilyn vaikutuksesta (esim. ns. aurinkotuulet). Mm. revontulet johtuvat tästä. Ionosfääri vaikuttaa radiosignaalin kulkunopeuteen. Se siis aiheuttaa virhettä paikkalaskelmaan, koska vastaanotin olettaa nopeuden vakioksi.

Tätä voidaan korjata ns. D-GPS:llä eli differentiaalipaikannuksella. D-GPS:ssä paikkansa kysyjä käyttää apunaan Maan pinnalla koordinaattinsa tietävää toista vastaanottajaa. Tämä apuvastaanottaja laskee koko ajan paikkaansa GPS-signaaleista ja vertaa tulosta oikeaksi tietämiinsä koordinaatteihin. Näin se tietää paljonko GPS sillä hetkellä ja siinä paikassa näyttää väärin (esim. poikkeamat leveys ja pituusasteissa). Näitä virhelukemia Maa-asema lähettää jatkuvasti, joten paikkansa kysyjien vastaanottimet voivat tehdä automaattiset korjaukset. Korjaus on sitä tarkempi mitä lähempänä kysyjä on sillä ionosfäärin tila muuttuu loivasti paikan mukaan. Esim. Helsingin taxit käyttävät D-GPS:ää, muuten ne voisivat ajaa kiinteässä pohjakartassaan talojen päällä. Suuria alueita peitetään esim. lentokenttien läheisyydessä monilla maa-asemilla. Luodaan ns. WAAS-alue (Wide Area Augmentation System). Näin saadaan lentoliikenteen navigointi mahdollisimman luotettavaksi.

Maan pinnalla oleva kysyjä liikkuu maan pyörimisliikkeen mukana 0 – 460m/s riippuen hänen sijainnistaan navan ja päiväntasaajan välissä. Tämä liike on kysyjän muun liikkeen lisäksi huomioitava normaalilla Galilein kaavalla valon ja havaitsijan välisenä nopeuserona. Liikehän vastaa 0 – 37m:n siirtymää radiosignaalin kulkuaikana. The Consultative Committee for the Definition of the Second ja International Radio Consultative Committee ovat sopineet, että korjaus tehdään siten, että kulkuaikaan lisätään:

$$\Delta t = 2\omega/c^2 \cdot A_E \qquad (5.1)$$

A_E on päiväntasaajan tasoon projisoitu pinta-ala sellaisen vektorin pyyhkäisylle, jonka alkupää on Maan keskipisteessä ja kärki seuraa signaalin rataa. ω on Maan pyörimisliikkeen kulmaopeus. Ero on positiivinen, jos vektorin kärki pyyhkäisee lännestä itään ja negatiivinen päinvastaisessa tapauksessa. Kokonaisero on siis juuri se, minkä saimme Sagnac kokeessa. Korjausta kutsutaankin Sagnac-korjaukseksi [10].

Ilman maa-aseman tukea saavutetaan jo ”marjastajan” rannelaitteella 5 – 10 metrin tarkkuus. Differentiaalipaikannuksessa tarkkuus on jo 0,5 metriä. Mittaamalla satelliittien signaaleja pitkän jakson ajan ja käyttämällä kehittyneitä laskentaohjelmia kaikenlaisten virhelähteitten eliminoimiseksi, päästään esim. kartoituksessa hämmästyttävään millimetri-tarkkuuteen [15].

GPS-satelliitit lähettävät nyt kahta radiotaajuutta L_1 ja L_2 alueella 9 – 10 GHz (3 – 30cm:n aaltoja). L_1 on siviilikäytössä ja L_2 vain sotilaskäytössä (sen PRN code on salattu). Vuoden 2007 loppuun mennessä on tarkoitus lisätä kolme uutta taajuutta. Näin päästään vertaamaan viiden eri taajuuden kulkuaikaeroja ja selvittämään ionosfäärin vaikutusta ilman maa-tukiasemaa. Tavoitteena on päästä jo lyhytaikaisessa mittauksessa 1 – 2 mm:n tarkkuuteen [22].

6. ECI-kuplamme avaruudessa

Atomikellojen kertomaa voidaan tulkita niin, että elämme muusta avaruudesta rajatussa kuplassa, jonka sisällä ECI-kehys muodostaa kaikelle tapahtumiselle yhteisen lepokoordinaatiston. Valon nopeus on tuossa koordinaatistossa vakio tai ainakin melkein vakio. Jos se vähän muuttuisikin etäisyyden maan keskipisteestä vaihdellessa, niin isotrooppisuus säilyy. ECI-kehys näyttäisi siis olevan fysikaalinen inertiaalikoordinaatisto.

6.1 ECI-kehys Aurinkokunnassa

On ilmeistä, että myös Aurinko luo ympärilleen fysikaalisen inertiaalikoordinaatiston, Tätä kutsutaan SSB-kehykseksi (SSB = Solar Sytem Barycenter = Aurinkokunnan gravitaatiokeskus). Aurinkokunta liikkuu linnunradassa ja linnunradan mukana kaukaisiin tähtiin ja esim. 3K:n taustasäteilyyn nähden ainakin kymmenen kertaa maan ratanopeutta nopeammin. Mitään vaikutusta ei tällä nopeudella kuitenkaan ole havaittu olevan esim. luotainten radiosignaalien kulkuaikoihin. Esim. Pioneer 10:n etäisyys oli yli 100 AU:ta ennen kuin se vaikeni ja signaalin edestakainen kulkuaikakin siis jo luokkaa 26 tuntia, eli huikea mittaustarkkuuksiin nähden. Luotainten navigointi myös perustuu radiosignaalien nopeuden isotrooppisuuteen SSB-kehyksessä. Tuo navigointi on niin uskomattoman tarkkaa, että NEAR-luotain pystyttiin ohjaamaan 300milj. km:n päässä, halkaisijaltaan vain 30km olevan EROS-asteroidin pinnalle. Tätä on verrattu tehtävään ohjata molekyyli 300m:n päässä olevan hiuksen kärjelle. Olisikin aika antroposentristä väittää, että Maakeskeinen pyörimätön koordinaatisto olisi ainoa fysikaalinen inertiaalikoordinaatisto universumissa ja kaikki muut koordinaatistot olisivat sitä vain Lorentz-kovarianssin ansiosta. Palaisimme esikopernikaaniseen aikaan.

Maa on Auringon kehyksen sisällä, kuten Kuu on Maan kehyksen sisällä. Seuraavassa tarkastelemme, minkälaisia vaikutuksia SSB-kehyksellä (Auringolla) on atomikelloihin ECI-kehyksen sisällä.

ECI-koordinaatisto on kiinnitetty kaukaiseen tähteen. Se säilyttää siis suuntansa kuten maailmanpyörän istuinkori. ECI-kehyksen jokaisen koordinaattipisteen nopeus SSB-kehyksessä on aina sama eli sama kuin Maan keskipisteen ratanopeus. Usein erheellisesti oletetaan, että rataliikkeen vaikutus esim. Maan ja Auringon välissä olevan satelliitin nopeuteen on pienempi kuin Auringosta katsoen Maan takana olevan satelliitin nopeuteen [9]. Näyttäisihän kulmanopeus olevan sama mutta säde eripituinen. Näin ei kuitenkaan ole. ECI-keyksen jokainen piste tekee samansäteisen ympyrän, mutta ympyröitten keskipisteet eivät ole ihan samassa paikassa. GPS-kellojen etäisyyden vaihtelu Auringosta ei siis aiheuta mitään nopeus- eikä keskeiskiihtyvyysvaihtelua SSB-kehyksessä [15].

GPS-kellojen pyöriessä Maan pinnan mukana tai satelliitteina Maan ympärillä niiden etäisyys Auringon gravitaatiokehyksen origosta kuitenkin vaihtelee. Tämän seurauksena Auringon gravitaatiopotentiaali vaihtelee kullekin kellolle eri tahtiin. Laskemalla saadaan GPS-satelliiteille kumulatiiviseksi vaihteluksi ±12ns/kierros. Tämä vastaa myös havaintoja [9, 15].

Kun GPS-kellot on synkronoitu aikaisemmin kuvaamallamme tavalla ECI-kehyksessä, niin suhteellisuusteorian mukaan niiden ei pitäisi olla synkronoituja SSB-kehyksessä. Kuvassa 4 radiosignaalin nopeus SSB-kehyksessä esim. kelloon B on hitaampi menosuuntaan kuin paluusuuntaan. Synkronoinnin jälkeen SSB-havaitsijan pitäisi nähdä, että B:n kello on jäljessä maakellosta määrän $L_B v_{L/orb}/c^2$, jossa $v_{L/orb}$ on Maan ratanopeuden L_B:n suuntainen komponentti. Mitään tällaista eroa ei GPS-kelloissa näy – ja täytyyhän myös SSB-havaitsijan nähdä nuo samat numerot!

Maan ratanopeus ei kuitenkaan ole ihan vakio. Se vaihtelee Maan radan eksentrisyyden takia. Maan syöksyessä periheliin sen nopeus kasvaa ja myös Auringon gravitaatiopotentiaali kasvaa. Jos ECI-kehyksessä olevat atomikellot tunnistavat tämän, niin niiden kaikkien pitäisi hidastua. Emme voi sitä huomata ECI-kehyksen sisällä olevia kelloja tuijottamalla, muuta entä, jos ”katsomme ulos”? Sielläkin on kelloja. Vertaamalla atomikellojen taajuutta kaukaisen pulsarin taajuuteen on kellojen havaittu todella hidastuvan. Atomikellot siis tunnistavat oman inertiakoordinaatistonsa nopeuden ”kollektiivisesti” eli kaikki kellot hidastuvat samalla kertoimella. Se osoittaa, että ECI-kehyksessä levossa olevan kellon taajuus riippuu SSB-kehyksessä levossa olevan kellon taajuudesta seuraavan kaavan mukaan:

$$f_{v0/ECI} = f_{v0/SSB}\,(1 - ½\, v_{orb}^2/c^2) \qquad (6.1.1)$$

Mekanismi toimii siis siten, että ECI-kehyksen lepokello noudattaa aikadilaatiota suhteessa SSB-kehyksen (ja sitä suurempien kehysten) lepokelloon ja ECI-kehyksen muut kellot taas noudattavat aikadilaatiota ECI-kehyksen lepokelloon nähden. Kellot on tällä tavalla kytketty sarjaan joten SSB-kehyksen havaitsija ei voi laskea yksittäisen ECI-kellon taajuutta ottamatta huomioon ECI-kehystä.

ECI-kehys ei ole kuin tuo suhteellisuusteorian kirjoissa paljon käytetty avaruusalus, joka kiitää hirmuisella nopeudella. Aluksen sisällä oleville kellot näyttävät aluksen koordinaatiston mukaisia lukemia ja ulkopuolella oleville heidän koordinaatistonsa mukaisia lukemia. Näin ei siis ole, vaan atomikellot näyttävät kaikille samaa aikaa ja valitsevat itse lepokoordinaatistonsa.

6.2 Tähtien valon aberraatio

Ilmiö on seuraava: Kun samaa tähteä tarkastellaan puolen vuoden välein, niin on kaukoputken suuntaa käännettävä, jotta tähti kuvautuisi kaukoputken pohjan keskelle. Jos tähti on kohtisuorassa suunnassa Maan orbitaalitasoon nähden, niin kääntämistarve on ±20.5” *Maan menosuuntaan*. Kulma on yhtä kuin arctg v/c, jossa v on Maan ratanopeus. Korjaustarve on *kaikille tähdille* sama. Kuun valon aberraatio on vain 0.7”.

Klassisen fysiikan mukainen selitys eli ns. sadepisarateoria on seuraava: Jos sadepisarat putoavat kohtisuoraan maata kohti nopeudella c ja pystyssä oleva putki liikkuu maanpintaa pitkin nopeudella v, niin putkea pitää kallistaa eteenpäin kulman arctg v/c verran, jotta yläpäästä sisään menevät pisarat putoaisivat putken pohjalle. Sadepisarateoria antaa siis oikean tuloksen. Se esiintyykin monissa fysiikan oppikirjoissa, vaikka se on selvästi suhteellisuusteorian vastainen. Sehän edellyttää, että valon nopeus Maan inertiakoordinaatistossa olevalle havaitsijalle (= levossa olevan kaukoputken sisällä) olisi $\sqrt{(c^2 + v^2)}$ eli suurempi kuin c.

Sadepisarateoria on ristiriidassa myös seuraavan havainnon suhteen. Vuonna 1871 G. B. Airy keksi täyttää kaukoputken vedellä. Koska valon nopeus vedessä on 30 % hitaampi kuin ilmassa, niin sadepisarateorian mukaan kaukoputken kulmankorjaustarve olisi suurentunut. Mitään muutosta ei kuitenkaan tarvittu. Tuleva valonsäde onkin siis jo valmiiksi kääntynyt tullessaan kaukoputken yläpäähän.

Kaikki tämä oli siis jo tiedossa suhteellisuusteorian syntyaikoihin. Kuitenkin Einstein selitti aberraation johtuvan valolähteen ja havaitsijan välisestä nopeuserosta kuuluisassa artikkelissaan 1905. Silloin esim. kaksoistähdillä olisi kummallakin eri aberraatiokulma. Näin ei kuitenkaan havaintojen mukaan ole. Kaikki valo Maan ympärillä on nopeusmielessä samanarvoista (SSB-kehyksen homogenisoimaa!) riippumatta siitä, mistä se on lähtöisin. Suhteellisuusteoria asetti siis itselleen vaatimuksen antaa tähtien valon aberraatiolle selityksen, joka säilyttää Maan ja valon nopeuseron vakiona c. Se ei kuitenkaan ollut helppoa. Syntyi pitkä kädenvääntö, joka välillä haudattiin ratkaisemattomana, mutta joka ajoittain jatkuu vieläkin [12]. ”Ortodoksisin” selitys lienee se, joka perustuu samanaikaisuuden suhteellisuuteen [17], [19]. Selitys on seuraava:

Lähtökohdaksi otetaan se, että SSB on lepokoordinaatisto, jossa ECI liikkuu ja siksi ECI:ssä havainnot ovat Lorentz-muunnettuja. Olettakaamme ECI-koordinaatiston x’-akselin olevan Maan rataliikkeen suuntainen. Olkoon tähden valon fotoni korkeudella H hetkellä t = 0. Sen etenemistä alaspäin kuvaavat silloin SSB koordinaatit y = H – ct ja x = 0. Kun x ja t muunnetaan ECI-koordinaateiksi Lorentz-muunnoksen avulla eli $x = \gamma(x' + vt')$ ja $t = \gamma(t' + vx'/c^2)$, niin saadaan se, miten fotonin paikkakoordinaatit muuttuvat ECI-kehyksessä:

$$x = 0 = \gamma(x' + vt'),\ \text{joten}\ x' = -vt' \qquad (6.2.1)$$

$$y = H - ct,\ \text{joten}\ y' = H - ct' = H - c\gamma(t' + vx'/c^2) = H - ct'/\gamma \qquad (6.2.2)$$

Tämä osoittaa, että fotonin nopeuskomponentit ECI-kehyksessä ovat:

$$v_{x'} = v\ \text{ja}\ v_{y'} = c/\gamma = c\sqrt{(1 - v^2/c^2)} \qquad (6.2.3)$$

Näiden komponenttien neliösumma on c^2 joten valon nopeuden skalaariarvo ECI:ssä säilyy kuten pitääkin. Fotonin nopeusvektorin suunta on kuitenkin kääntynyt ECI-kehyksessä kulman, jonka tangentti on:

$$\mathrm{tg}\alpha = v_{x'}/v_{y'} = v/[c\sqrt{(1 - v^2/c^2)}] \cong v/c \qquad (6.2.4)$$

Kun tähän sijoitetaan Maan ratanopeus 30km/s, niin saadaan α:n arvoksi juuri tuo havaittu 20.5”.

Miksei tämä selitys sitten kaikille kelpaa? No siksi, että se rikkoo suhteellisuusteorian suhteellisuusperiaatetta. Suhteellisuusperiaatteen mukaan mikään koordinaatisto ei ole erikoisasemassa. Jokaisella inertiaalihavaitsijalla on oikeus olettaa oma koordinaatistonsa lepokoordinaatistoksi (galileiseksi) ja katsoa muiden liikkuvan hänen koordinaatistonsa suhteen. Omien havaintojensa selittämiseksi hänen ei tarvitse muunnella koordinaatistonsa suureita. Lorentz-muunnosta hän soveltaa toisiin, itsensä suhteen liikkuviin koordinaatistoihin. Periaatteessa kukaan ei myöskään voi lähteä siitä, että hänen koordinaatistonsa liikkuu valoon nähden muuta kuin nopeudella c. Suhteellisuusteoria, ainakin alkuperäisessä muodossaan, lähti siitä, että koordinaatistot ovat kooltaan äärettömiä. Siksi kaikki valoa emittoivat pisteet ovat jo havaitsijan koordinaatistossa eikä synny mitään koordinaatiston liikettä johonkin koordinaatiston ulkopuoliseen valoon.

Tämä teoreettinen kiista ei nyt enää kuitenkaan ole kovin merkityksellinen, sillä esille on noussut paljon suurempi ristiriita. Selitys Lorentz-muunnoksen avulla nimittäin edellyttää, että sen aika-paikka-termi xv/c^2 on voimassa ECI-kehyksessä. Tämä merkitsisi sitä, että GPS-kelloihin jäisi synkronoinnissa vastaava eranto. Näin ei kuitenkaan ole kuten olemme aikaisemmin todenneet. Suhteellisuusteorian selitys tähtien valon aberraatiolle on siten jyrkässä ristiriidassa tämän päivän teknologian mahdollistamien havaintojen kanssa.

6.3 Vuodenaika-Doppler

Ilmiö on seuraava: Kiertoradallaan Auringon ympäri Maa liikkuu puolivuotta kohti jotakin tähteä ja toisen puolivuotta siitä poispäin. Tämä aiheuttaa vaihtelun tähdestä tulevan valon *aallonpituuteen*. Jos vaihtelu on $\pm\Delta\lambda$ keskiarvon λ_h suhteen, niin siitä voidaan laskea Maan ratanopeus yksinkertaisella kaavalla:

$$v_{orb} = \Delta\lambda/\lambda_h \times c \qquad (6.3.1)$$

Ilmiötä kutsutaan vuodenaika-Doppleriksi (Annual-Doppler). Selitys on seuraava:

Tunnemme valon aallonpituuden Aurinkokeskeisessä pyörimättömässä koordinaatistossa SSB. Se on vuoden aikana mittaamamme keskiarvo tai hetkellinen arvo silloin, kun Maa liikkuu kohtisuoraan kyseisestä tähdestä tulevaan valonsäteeseen nähden. Olettakaamme nyt, että Maakeskeisen pyörimättömän koordinaatiston ECI ja SSB-koordinaatistojen x-akselit osoittavat suoraan tähteen päin. Olettakaamme edelleen, että Maa liikkuu suoraan tähteä päin eli x-akselien suuntaan nopeudella v. Tässä tapauksessa Lorentz-muunnos on seuraava:

$$x_E = \gamma(x_S - vt) \qquad (6.3.2)$$

$$t_E = \gamma(t_S - vx/c^2) \qquad (6.3.3)$$

Olkoon yhden jakson aika SSB:ssä T_S ja aallonpituus λ_S ja vastaavat suureet ECI:ssä T_E ja λ_E. Tällöin tietysti:

$$\lambda_S = cT_S \qquad (6.3.4)$$

$$\lambda_E = cT_E \qquad (6.3.5)$$

Tarkastelemme nyt tapahtumaa, jossa kummassakin koordinaatistossa aaltorintaman havaitaan siirtyvän yhden aallonpituuden verran, eli $x = \lambda_S$. Huomioimalla yhtälön (6.3.3) saamme:

$$cT_E = \lambda_E = c\gamma(T_S - v\lambda_S/c^2) = \gamma(cT_S - v\lambda_S/c) = \gamma\lambda_S(1 - v/c)$$

$$\cong \lambda_S(1 - v/c) \qquad (6.3.6)$$

$\gamma = 1/\sqrt{(1 - v^2/c^2)}$, joten sen vaikutus on hyvin pieni.

Saamme havaintoja vastaavan tuloksen. Selitys perustuu kuitenkin samaan oletukseen kuin aberraation tapauksessa eli siihen, että ECI on Lorentz-muunnettu koordinaatisto. Tämähän merkitsi sitä, että ECI:ssä aika on paikkariippuvaista eli samanaikaisuus on suhteellista. Näin ollen vuodenaika-Dopplerin selitystä vaivaavat samat ongelmat kuin aberraation selitystäkin.

6.4. Taustasäteilyn Doppler-ilmiö

Ilmiö on seuraava: Maahan kohdistuu avaruudesta joka suunnasta n. 3K:n lämpötilaa vastaavaa mustan kappaleen mikroaaltosäteilyä. Säteilyn arvellaan olevan jälkikaikua alkuräjähdyksestä. Säteilyn aallonpituudessa on kuitenkin anisotropia, jonka maksimi ja minimi ovat Maan vastakkaisilla puolilla. Jos aallonpituuden ero tulkitaan Doppler-ilmiöksi, niin se vastaa n. yhtä tuhannesosaa valon nopeudesta eli n. 300km/s, [14].

Tähän voidaan tietysti soveltaa samaa menetelmää kuin vuodenaika-Doppleriin. Nyt vain on otettava peruskoordinaatistoksi taustasäteilyn lepokoordinaatisto.

7. Loppupäätelmiä

Teknologian kehitys on antanut meille mahdollisuuksia, joista Einsteinin aikalaiset eivät osanneet edes uneksia. Niitä ovat:

a. kellot, joiden tarkkuus on yhden suhde 10^{15} (ellei jo parempikin)
b. voimme seurata taajuuksia kumulatiivisilla laskimilla, kaukoasettaa ja kaukolukea niitä
c. voimme kaukoasettaa lukemia kelloihin ja kaukolukea niitä
d. voimme lähettää informaatiota digitaalisesti koodattuna

Kohdan d suhteen on erityisesti huomioitava, että digitaalisesti koodattuna informaatio radiosignaalissa säilyy muuttumattomana gravitaatiopotentiaalin ja nopeuden vaihteluista huolimatta ja missä tahansa koordinaatiston vaihdossa. Se on luonnon todellinen invariantti. Kaiken tämän seurauksena meidän ei enää tarvitse sanoa kuten Feynman vielä 60-luvulla ”*Mutta jos yksi kello näyttää aina käyvän eri nopeudella toiseen kelloon verrattuna, niin ensimmäisen kellon näkökulmasta toinen myös käy eri nopeudella*”. Meidän ei tarvitse tyytyä siihen, että ”asiat ovat sitä miltä ne näyttävät” (kuten Kekkonen sanoi) vaan nyt me tiedämme, millä nopeudella kellot todella käyvät. Me tiedämme, että taajuusmuutokset ovat todellisia kelloissa ilmeneviä fysikaalisia ilmiöitä, eivät niistä tietoa välittävissä viestinkantajissa tapahtuneita muutoksia.

Atomikelloilla tehdyt havainnot kellotaajuuksista, ajan paikkariippuvuudesta ja radiosignaalien nopeuksista eri havaintokehyksissä asettavat Lorentz kovarianssin ECI- ja SSB- kehysten välillä kyseenalaiseksi. Näyttää siltä, että luonto on jo vastannut Vladimir Fockin kysymykseen *’koskeeko kovarianssi yhtälöitä vai ilmiöitä’*.

Tiedemaailma ja insinöörimaailma ovat tässä kysymyksessä jakaantuneet. Tiedeyhteisö ei edes suostu keskustelemaan siitä, olisiko ajan muuttumisen sijasta kysymys puhtaasti aineen ja energian tavanomaisesta fysiikasta. Insinöörit kuitenkin rakentavat hienosti toimivia systeemejä perustaen ne ”kellodilaatioon” ja digitaalisen informaation häviämättömyyden lakiin.

Viitteet:

1. Albert Einstein: *Relativity: The Special and General Theory*. December 1916, revised 1924. Saatavissa esim. internetosoitteesta: http://www.marxists.org/reference/archive/einstein/works/1910s/relative/

2. Neil Ashby: *Relativity in the Global Positioning System*. Dept. of Physics, University of Colorado Boulder, USA. Jan 2003. Available at the Internet address: http://relativity.livingreviews.org/Articles/lrr-2003-1

3. Neil Ashby: *General relativity in the global positioning system.* Saatavissa internetosoitteesta: http://vishnu.nirvana.phys.psu.edu/mog/mog9/node9.html

4. Neil Ashby, David W. Allan: *Coordinate Time On and Near the Earth*. Physical Review Letters, Volume 53, Number 19, 5 November 1984.

5. Sadeh et al: Science 162, 897-8 (1968)

6. Christopher John Bjerknes: *A Short History of the Concept of Relative Simultaneity in the Special Theory of Relativity.* Saatavissa internetosoitteesta http://www.dipmat.unipg.it/~bartocci/ep6/ep6-bjerk3.htm

7. Hafele, J. C. and Keating, R. E: *Around-the World Atomic Clocks: Observed Relativistic Time Gains.* Science 177 (1972) 168.

8. Tom van Flandern: *What the Global Positioning System Tells Us about Relativity.* Saatavissa internetosoitteesta: http://www.metaresearch.org/cosmology/gps-relativity.asp

9. Tom van Flandern, T. B. Bahder: *The Effect of Solar Gravitational Potential on GPS-clocks*, PAWG, Colorado Springs, August 19, 1998. Saatavissa internetosoitteesta: http://www.schriever.af.mil/GPS/PAWG/PAWG%201998/Papers/vanflandern.ppt

10. D. W. Allan, M. A. Weiss (National Bureau of Standars, USA) N. Ashby (Department of Physics, University of Colorado, USA) Science, vol 228: *Reports, Around-the-World Relativistc Sagnag Experiment.* Saatavissa internetosoitteesta http://boulder.nist.gov/timefreq/general/pdf/711.pdf

11. John B. Kogut: *Introduction to Relativity.* Harcourt Academic Press, USA, 2000. ISBN 0-12-417561-9.

12. D.-E. Liebscher (Astrophysikalisches Observatorium Potsdam), P. Porsche (Sternwarte der Universität Bonn): *Three traps in stellar aberration.* Saatavissa internetosoitteesta http://www.aip.de/~lie/PUBLICATIONS/ThreeTraps.html

13. Raimo Lehti: *Aika suhteellisuusteoriassa ja kosmologiassa.* Artikkeli kirjassa AIKA, ISBN 951-662-812-5, Gaudeamus Kirja, Yliopistopaino Helsinki 2000.

14. Raimo Lehti: *Paikka suhteellisuusteoriassa ja kosmologiassa*, Tieteessä tapahtuu, 2000, 18.

15. Tuomo Suntola: *GPS-järjestelmän teoreettisista perusteista.* Artikkeli julkaisussa: Ilmatieteen laitos, GPS-Meteorologia, 27.11.2002. Toimittaneet Seppo Haarala ja Reino Keränen.

16. Paul Marmet: *GPS and the Illusion of Constant Light Speed* .Galilean Electrodynamics, March/April 2003.

17. Moses Fayngold: *Special Relativity and Motions Faster than Light.* Wiley-VCH Verlag GmbH, Weinheim, 2002. ISBN 3-527-40344-2.

18. Richard Feynman: *Suhteellisen helppoa – seitsemän lukua fysiikkaa.* Tähtitieteellinen yhdistys Ursa, julkaisu 83, 2002. ISBN 952-5329-18-6.

19. D.-E. Liebscher (Astrophysikalisches Observatorium Potsdam), P. Porsche (Sternwarte der Universität Bonn): *Fallstricke beim Thema Aberration.* Saatavissa internetosoitteesta http://www.aip.de/~lie/PUBLICATIONS/Fallstricke.pdf

20. Yan Zhong Zhang: *Special Relativity and it's Experimental Foundations.* World Scietific Publishing Co. Pte. Ltd: Singapore, 1997. ISBN 9810227493

21. A. Einstein: *Erityisestä ja yleisestä suhteellisuusteoriasta. Suomentanut ja kommentoinut Raimo Lehti.* Ursan julkaisuja 90 (ISSN 0357-7937), ISBN 952-5329-33-X, Gummerus 2003.

22. Per Enge: *Retooling the Global Positioning System.* Scientific American, May 2004.